82 15

○ (1) y座標負の方向にある極板を正の極とすると、
上から下向きに電場 $E = V/d$ が発生する.
したがって、電荷はy軸正方向にクーロン力を受け、
その力は、

$$F = qE = \frac{qV}{d}$$

○ (2) x方向に力は加わらないので、速度0.
y方向のEOMは、

$$m\ddot{y} = \frac{qV}{d}$$

より、

$$\dot{y} = \frac{qV}{md}t$$

極板を抜けるまでの所要時間 t_0は、

$$ut_0 = L$$
$$\therefore t_0 = \frac{L}{u}$$

したがって、求める速度 v_0は、

$$v_0 = \frac{qVL}{mdu}$$

○ (3) y軸方向への移動距離 y_0は、

$$y_0 = \frac{1}{2}\frac{qV}{md}t^2\Big|_{t=t_0} = \frac{qVL^2}{2mdu^2}$$

したがって、

$$W = F\cdot y_0 = \frac{qV}{d}\cdot\frac{qVL^2}{2mdu^2} = \frac{1}{2m}\left(\frac{qVL}{du}\right)^2$$

また、運動エネルギーの増加量 ΔKは、

$$\Delta K = \frac{1}{2}m\left(u^2+v_0^2\right) - \frac{1}{2}mu^2$$
$$= \frac{1}{2}m\left(\frac{qVL}{mdu}\right)^2 = \frac{1}{2m}\left(\frac{qVL}{du}\right)^2$$

83

(1) $\mathbb{F} = q\boldsymbol{v} \times \mathbb{B}$

$\therefore |\mathbb{F}| = qvB$ (軌道中心方向)

(2) 軌道半径方向のEOMは，中心からの距離をrとおくと，

$$m(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2) = -qvB$$

$\ddot{r} = 0$, $\dot{\theta} = \frac{v}{r}$ より,

$$m\frac{v^2}{r} = qvB$$

$$\therefore r = R = \frac{mv}{qB}$$

(3) ローレンツ力とつりあうので，

$$qE = qvB$$

$\therefore E = vB$ (x負の向き)

84

(1) エネルギー保存則より，

$$\frac{1}{2}mv^2 = qV_0$$

$$\therefore v = \sqrt{\frac{2qV_0}{m}}$$

(2) (b),

(3) $m\frac{v^2}{r} = qvB$

$$\therefore r = \frac{mv}{qB} = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2mV_0}{q}}$$

(4) 半径rの半円の経路長Lは，

$$L = \pi r$$

$$\therefore T = \frac{L}{v} = \frac{1}{v} \cdot \pi\frac{mv}{qB} = \frac{\pi m}{qB}$$

(5) (3)より，

$$r^2 = \frac{2mV_0}{B^2 q}$$

$r^2 > 0$ なので，

$$\frac{2mV_0}{B^2 q} > 0 \quad \therefore \frac{q}{m} \gtrsim \frac{2mV_0}{B^2}$$

(6) $\frac{2\times10^{-27}}{B^2} = \frac{9\times10^{-31}}{B'^2}$ $\quad \frac{B'}{B} = \sqrt{\frac{9\times10^{-31}}{2\times10^{-27}}} \approx 0.02$

85, 86

(1) $E = V/d$

(2) $F = -e(E + v \times B)$

$$= -e\left\{ -\frac{V}{d} e_x + \begin{vmatrix} e_x & e_y & e_z \\ v_x & v_y & v_z \\ 0 & 0 & B \end{vmatrix} \right\}$$

$$= -e\left(-\frac{V}{d} + Bv_y,\ -Bv_x,\ 0\right)$$

$$= e\left(\frac{V}{d} - Bv_y,\ Bv_x, 0\right)$$

(3)
$$m\dot{v}_x = -eBv_y + \frac{eV}{d}$$

$$m\dot{v}_y = eBv_x$$

$$m\dot{v}_z = 0$$

(4) $\dot{z} = v_x + i v_y$ とおくと,

$$m(\dot{v}_x + i\dot{v}_y) = ieB(v_x + iv_y) + \frac{eV}{d}$$

$$\Leftrightarrow m\ddot{z} = ieB\dot{z} + \frac{eV}{d}$$

$$\Leftrightarrow \ddot{z} - i\frac{eB}{m}\dot{z} = \frac{eV}{md}$$

これをとく. 両辺に $e^{-i\frac{eB}{m}t}$ をかけると,

$$\frac{d}{dt}\left(\dot{z}e^{-i\frac{eB}{m}t}\right) = \frac{eV}{md}e^{-i\frac{eB}{m}t}$$

$$\dot{z}e^{-i\frac{eB}{m}t} = i\frac{V}{Bd}e^{-i\frac{eB}{m}t} + (C_1 + iC_2)$$

$$\dot{z} = i\frac{V}{Bd} + (C_1 + iC_2)e^{i\frac{eB}{m}t}$$

$t = 0$ で $\dot{z} = 0$ より,

$$(C_1 + iC_2) = -i\frac{V}{Bd}$$

$$\therefore C_1 = 0,\quad C_2 = -\frac{V}{Bd}$$

$$\therefore \dot{z} = \frac{V}{Bd}\left\{ i - i\left(\cos\frac{eB}{m}t + i\sin\frac{eB}{m}t\right)\right\}$$

$$= \frac{V}{Bd}\left\{ \sin\frac{eB}{m}t + i\left(1 - \cos\frac{eB}{m}t\right)\right\}$$

$$\therefore z = \frac{V}{Bd}\left\{ -\frac{m}{eB}\cos\frac{eB}{m}t + i\left(t - \frac{m}{eB}\sin\frac{eB}{m}t\right)\right\} + (C_1 + iC_2)$$

$$= \frac{mV}{eB^2d}\left(1 - \cos\frac{eB}{m}t\right) + i\frac{V}{Bd}\left(t - \frac{m}{eB}\sin\frac{eB}{m}t\right)$$