43

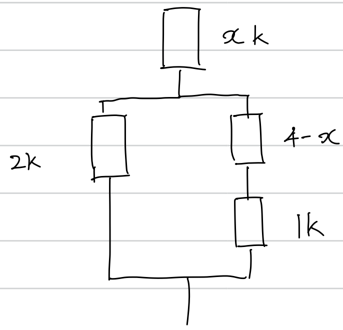
(1) R_0の電圧降下は、

$$V_0 = \frac{R_0}{R+R_0}V = \frac{1}{5}5 = 1V$$

したがって、

A: 5V , B: 1V

(2) R_1にかかる電圧 V_2は、



$$\frac{2(5-x)}{2+(5-x)} = \frac{2(5-x)}{7-x} \mathrm{k\Omega}$$

$$V_2 = \frac{\frac{2(5-x)}{7-x}}{x + \frac{2(5-x)}{7-x}} V$$

$$= \frac{10-2x}{x(7-x)+10-2x} V$$

$$= \frac{-2x+10}{-x^2+5x+10} V$$

より、

$$i = \frac{2}{7-x} V_2 = \frac{4(-x+5)}{(-x+7)(-x^2+5x+10)}$$

(3) $-x^2+5x+10=0$ をとく。

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25+40}}{-2} = \frac{6 \mp \sqrt{65}}{2} = 3-\frac{\sqrt{65}}{2},\ 3+\frac{\sqrt{65}}{2}$$

より、

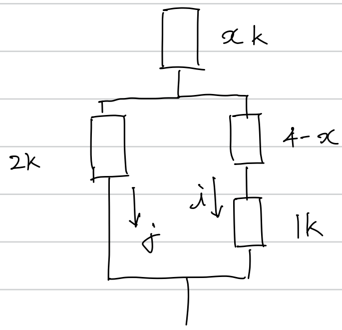
x	…	5	…	7	…	$3+\frac{\sqrt{65}}{2}$	…
i	+	0	−		+		−

○同じミス。
– 「電圧→電流」は煩雑
– 電圧則でループを立てる。

(2) 電圧則より、

$$\begin{cases}(5-x)i - 2j = 0 \\ (i+j)x + j\cdot 2 = 5\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}(5-x)i = 2j & \cdots ① \\ xi + (x+2)j = 5 & \cdots ②\end{cases}$$



①,②からjをけすと、

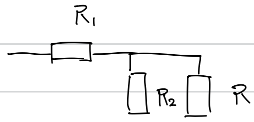
$$xi + \frac{(-x+5)(x+2)i}{2} = 5$$

$$\{2x + (-x^2+3x+10)\}i = 10$$

$$\therefore i = \frac{10}{-x^2+5x+10}$$

45, 46

(2) $$r_0 = R_1 + \frac{R_2 R_0}{R_2 + R_0}$$



(3) $$r_1 = R_1 + \frac{R_2 r_0}{R_2 + r_0}$$

より, n段目の漸化式は

$$r_n = R_1 + \frac{R_2 r_{n-1}}{R_2 + r_{n-1}}$$

Q $n \to \infty$ で, n, $n-1 \to \infty$ で あることを用いる。

$r \to \infty$において, $r_n = r_{n-1}$ より,

$$r = R_1 + \frac{R_2 r}{R_2 + r}$$

$$r^2 + R_2 r = R_1(R_2 + r) + R_2 r$$

$$r^2 - R_1 r - R_1 R_2 = 0$$

$$\therefore r = \frac{R_1 + \sqrt{R_1^2 + 4R_1R_2}}{2}$$

47

(1) 同心球殻の抵抗 dRは,

$$dR = \frac{1}{\sigma}\frac{dr}{2\pi r l}$$

$a \to b$ まで積分すると,

$$R = \frac{1}{\sigma}\int_a^b \frac{dr}{2\pi r l} = \frac{1}{2\pi l \sigma}\log\frac{b}{a}$$

より,

$$V = RI = \frac{I}{2\pi l \sigma}\log\frac{b}{a}$$

(2)

$$j = \frac{I}{2\pi r l}$$

オームの法則より,

$$E = \frac{j}{\sigma} = \frac{I}{2\pi \sigma l r}$$

(3)

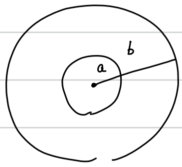
$$w = \frac{1}{\sigma}j^2 = \frac{I^2}{4\pi^2 l^2 \sigma r^2}$$

半径rの球殻でのジュール熱Wは,

$$W = dR\, I^2 = \frac{1}{\sigma}\frac{I^2}{2\pi r l}dr$$

したがって, 単位面積については,

$$w = \frac{W}{2\pi r l dr} = \frac{1}{\sigma}\frac{I^2}{4\pi^2 r^2 l^2}$$



48

(1) オームの法則より,

$$E = \rho i$$

(2)

$$E(r) = \frac{\rho I}{4\pi r^2}$$

(3)

$$\phi(r) = -\int_b^r \frac{\rho I}{4\pi r^2}\,dr$$

$$= \frac{\rho I}{4\pi}\left[\frac{1}{r}\right]_b^r = \frac{\rho I}{4\pi}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{b}\right)$$

(4) Sol 1

$$P(r) = \rho i^2 = \rho\left(\frac{I}{4\pi r^2}\right)^2 = \frac{\rho I^2}{16\pi^2 r^4}$$

Sol 2

球殻におけるジュール熱は,

$$P = dR\, I^2 = \rho\frac{dr}{4\pi r^2} I^2$$

単位体積当たりにおいては,

$$p = \frac{P}{4\pi r^2 dr} = \frac{\rho I^2}{16\pi^2 r^4}$$

(5)

$$P = \int_a^b \rho\frac{I^2}{4\pi r^2}\,dr = \frac{\rho I^2}{4\pi}\left[-\frac{1}{r}\right]_a^b = \frac{\rho I^2}{4\pi}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)$$

(6) 半径 r の球殻の抵抗 dR は,

$$dR = \rho\frac{dr}{4\pi r^2}$$

$$R = \frac{\rho}{4\pi}\int_a^b \frac{dr}{r^2} = \frac{\rho}{4\pi}\left[-\frac{1}{r}\right]_a^b$$

$$= \frac{\rho}{4\pi}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)$$

より,

$$V = RI = \frac{\rho I}{4\pi}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)$$

49

(1) 電荷Qの時間変化は,

$$\frac{dQ}{dt} = \int_{V_1} \frac{\partial \rho}{\partial t} dv$$

$$= \int_{V_1} \mathrm{div}\, j \; dv$$

ガウスの発散定理より,

$$= \int_S j \cdot n \; dS$$

ここで, 孤立系なので外部に対して電流の流出入は無いので,

$j = 0$ より,

$$\frac{dQ}{dt} = 0 \qquad \therefore \text{保存.}$$

(2) ガウスの定理

$$\mathrm{div}\, E = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

(3) 電荷保存則より,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathrm{div}\, j = 0$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \sigma\, \mathrm{div}\, E = 0$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\sigma \rho}{\varepsilon_0} = 0$$

$$\therefore T_1 = \frac{\varepsilon_0}{\sigma}$$

(4) $$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{1}{T_1} \rho$$

をとく。

$$\int \frac{1}{\rho} d\rho = \int -\frac{1}{T_1} dt$$

$$\rho = C e^{-\frac{t}{T_1}}$$

$t = 0$ で $\rho = \rho_0$ より,

$$\rho = \rho_0 e^{-\frac{t}{T_1}}$$

Re:1 3/4

43

電圧則より,

$$\begin{cases} x(i+j)+2j = 5 \\ (4-x+1)i-2j = 0 \end{cases}$$

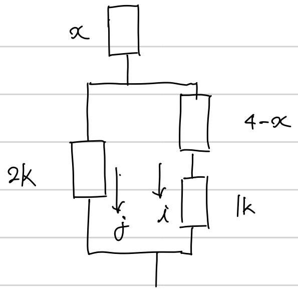
よって
$$\begin{cases} xi+(x+2)j = 5 & \cdots ① \\ (5-x)i-2j = 0 & \cdots ② \end{cases}$$

①,② から j を消すと,

$$xi+(x+2)\frac{5-x}{2}i = 5$$

$$(2x-x^2+3x+10)i = 10$$

$$\therefore i = \frac{10}{-x^2+5x+10}$$



分母が最大となればよい.

$$f(x) = -x^2+5x+10$$

$$f'(x) = -2x+5 = 0$$

$$\therefore x = \frac{5}{2}$$