No	チェック項目	チェック
		☐
		☐
		☐
		☐
		☐
		☐
		☐
		☐
		☐
		☐
		☐
		☐
		☐
		☐
		☐
		☐
		☐
		☐
		☐
		☐

3/26

Ex 1

	A	B
R	3	8
W	7	2
	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$

(1) 次の場合がある。

Case(i) はじめにAをえらび，赤をとる

Case(ii) 〃 B 〃

求める確率は，

$$\frac{1}{3}\times\frac{3}{10}+\frac{2}{3}\times\frac{8}{10}=\frac{3+16}{30}=\frac{19}{30}$$

(2) (1)と同様に場合をわけて考えると，

$$\frac{1}{3}\times\left\{{}_{\cancel{2}}C_1\times\frac{3}{\cancel{10}_5}\times\frac{7}{10}\right\}+\frac{2}{3}\left\{{}_{\cancel{2}}C_1\times\frac{8}{\cancel{10}_5}\times\frac{2}{10}\right\}$$

$$=\frac{21}{150}+\frac{32}{150}=\frac{53}{150}$$ A

(3) 次のように事象を定める。

S: Aがえらばれる。

R_3: 赤が3つ出る

すると，

$$P(R_3)=\frac{1}{3}\times\left(\frac{3}{10}\right)^3+\frac{2}{3}\times\left(\frac{8}{10}\right)^3=\frac{1051}{3000}$$

$$P(S\cap R_3)=\frac{1}{3}\times\left(\frac{3}{10}\right)^3=\frac{9}{1000}$$

したがって求める条件つき確率は，

$$P(S\mid R_3)=\frac{P(S\cap R_3)}{P(R_3)}=\frac{\frac{9}{1000}}{\frac{1051}{3000}}=\frac{27}{1051}$$ A

(4)

$$P(R_k)=\frac{1}{3}\times{}_nC_k\left(\frac{3}{10}\right)^k\left(\frac{7}{10}\right)^{n-k}+\frac{2}{3}\times{}_nC_k\left(\frac{8}{10}\right)^k\left(\frac{2}{10}\right)^{n-k}$$

$$P(\overline{S}\cap R_k)=\frac{2}{3}\times{}_nC_k\left(\frac{8}{10}\right)^k\left(\frac{2}{10}\right)^{n-k}$$

以上より，

$$P(\overline{S}\mid R_k)=\frac{2\times\left(\frac{8}{10}\right)^k\left(\frac{2}{10}\right)^{n-k}}{\left(\frac{3}{10}\right)^k\left(\frac{7}{10}\right)^{n-k}+2\times\left(\frac{8}{10}\right)^k\left(\frac{2}{10}\right)^{n-k}}=\frac{8^k\cdot 2^{n-k+1}}{3^k\cdot 7^{n-k}+8^k\,2^{n-k+1}}$$

Ex2

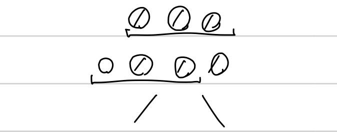
(1) 1回操作後の各々の確率は,

$P_0(1) = 0$

$P_1(1) = 1$

$P_2(1) = 0$

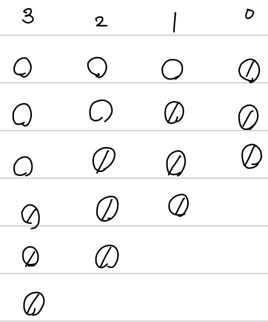
$P_3(1) = 0$



(2) 白玉の数は1回の操作毎に必ず1つ増減する。

初めの白玉は0コなので,奇数回操作を行ったとき,必ず白玉は奇数個となる。

$\therefore P_1(2m) = P_3(2m) = 0$



(3) 2m回目で白が2コとなる場合は次。

(i) 2m−2回目で白が0コで,赤,赤の順でひく

(ii) 〃 2コで,赤,白 〃

(iii) 〃 2コで白赤 〃

したがって,

$$P_2(2m) = P_0(2m-2)\times 1\times\frac{2}{3} + P_2(2m-2)\times\left\{\frac{1}{3}\times 1 + \frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\right\}$$
$$= \frac{2}{3}P_0(2m-2) + \frac{7}{9}P_2(2m-2)$$

2m回目で白が0コとなる場合は次.

(i) 2m−1回目で白が0コで赤,白の順でひく

(ii) 〃 2コで白,白 〃

したがって,

$$P_0(2m) = P_0(2m-2)\times 1\times\frac{1}{3} + P_2(2m-2)\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}$$
$$= \frac{1}{3}P_0(2m-2) + \frac{2}{9}P_2(2m-2)$$

(4) (3)の $P_0(2m)$ について,

$$P_0(2m-2) + P_2(2m-2) = 1$$

を用いて $P_2(2m-2)$ を消すと,

$$P_0(2m) = \frac{1}{3}P_0(2m-2) + \frac{2}{9}\left\{1 - P_0(2m-2)\right\}$$
$$P_0(2m) = \frac{1}{9}P_0(2m-2) + \frac{2}{9}$$
$$P_0(2m) - \frac{1}{4} = \frac{1}{9}\left\{P_0(2m-2) - \frac{1}{4}\right\}$$
$$= \left(\frac{1}{9}\right)^m\left\{P_0(0) - \frac{1}{4}\right\}$$
$$= \frac{3}{4}\cdot\left(\frac{1}{9}\right)^m$$

$$\therefore P_0(2m) = \frac{3}{4}\left(\frac{1}{9}\right)^m + \frac{1}{4}$$

Ex3

$$f(x) = \begin{cases} 1-|x-1| & (0 \leqq x \leqq 2) \\ 0 & \end{cases}$$

(1)

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x)\, dx = \int_0^2 x\{1-|x-1|\}\, dx$$

$$= \int_0^1 x\{1-(-x+1)\}\, dx + \int_1^2 x\{1-(x-1)\}\, dx$$

$$= \int_0^1 x^2\, dx + \int_1^2 (-x^2+2)\, dx$$

$$= \left[\frac{1}{3}x^3\right]_0^1 + \left[-\frac{1}{3}x^3+2x\right]_1^2$$

$$= \frac{1}{3} + \left\{\left(-\frac{8}{3}+4\right) - \left(-\frac{1}{3}+2\right)\right\}$$

$$= \frac{1}{3} + \left\{-\frac{4}{3} + \frac{6}{3}\right\} = \underline{1}$$

(2) まず $E(X^2)$ を求める。

$$E(X^2) = \int_0^1 x^3\, dx + \int_1^2 (-x^3+2x^2)\, dx$$

$$= \left[\frac{1}{4}x^4\right]_0^1 + \left[-\frac{1}{4}x^4+\frac{2}{3}x^3\right]_1^2$$

$$= \frac{1}{4} + \left\{\left(-4+\frac{16}{3}\right) - \left(-\frac{1}{4}+\frac{2}{3}\right)\right\} = \frac{1}{4} + \left(\frac{4}{3} - \frac{5}{12}\right)$$

したがって,
$$= \frac{1}{4} + \frac{11}{12} = \frac{14}{12} = \frac{7}{6}$$

$$V(X) = E(X^2) - E(X)^2 = \frac{7}{6} - 1$$

$$= \underline{\frac{1}{6}}$$

(3) Case (i) $x \leqq 0$

$$F(x) = 0$$

Case (ii) $0 \leqq x \leqq 1$

$$F(x) = \int_0^x f(x)\, dx = \int_0^x \{1-(-x+1)\}\, dx$$

$$= \int_0^x x\, dx = \left[\frac{1}{2}x^2\right]_0^x = \frac{1}{2}x^2$$

Case (iii) $x \geqq 1$

$$F(x) = \int_0^x f(x)\, dx = \int_0^1 \{1-(-x+1)\}\, dx + \int_1^x \{1-(x-1)\}\, dx$$

$$= \frac{1}{2} + \int_1^x \{-x+2\}\, dx = \frac{1}{2} + \left[-\frac{1}{2}x^2+2x\right]_1^x$$

$$= \frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{2}x^2+2x\right) - \left(-\frac{1}{2}+2\right)$$

$$= -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 1$$