9/16

Pra 2

0 1 2 3 4 5

(1) 先頭に0をえらべないので,

$5 \times 5 \times 4 = 100$

(2) 1の位が偶数であればよいので,

Case(i) 1の位 0

$5 \times 4 = 20$

Case(ii) 1の位が0じゃない

$2 \times 4 \times 4 = 32$

∴ 52通り.

0 1 2
3 4 5

(2) えらんだ3つの数の和が3の倍数であればよい.
まず, 和が3の倍数となる組みあわせは,

${}_2C_1 \times {}_2C_1 \times {}_2C_1 = 8$

ここで, 0を含む4通りと含まない4通りの順列を考えればよいので,

$4 \times 3! + 4 \times (2 \times 2 \times 1) = 24 + 16 = 40$

(3) 1の位が0か5であればよい.　○○○

(i) 0のとき,

$1 \times 5 \times 4 = 20$

(ii) 5のとき,

$1 \times 4 \times 4 = 16$

∴ 36.

Ex 5

(i) 女両端

$${}_4P_2 \times 5! = 4\cdot3\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2$$

(ii) 女となり

$$4! \times 4! = (4\cdot3\cdot2)^2$$
$$= 24^2$$

Ex 7

(i) まず1面の数を決める.
(ii) 対となる面の数をきめる.
(iii) 側面に対し,円順列を考え,きめる.
以上の手順をふめばよいので,

(1) $6 \times 5 \times 3!$

数が多くなり,
かぶるものがある.

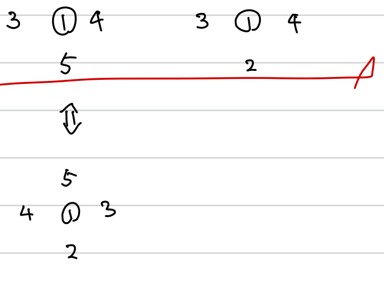
(2) 1面の数をきめると,対になる面もきまるので,

$(6\times1)\times(4\times1)$

(i) どこかに必ず「1」の面があるので,それを初めにえらぶ.

$1 \times 5 \times 3! = 30$ 通り.

(ii) 上面を1とすると底面が6にきまる.
あとは数え上げ.



2通り.

2

Ex 10

(1) $3! \times 5!$　　confirm

(2) $4! \times {}_5C_3$

${}_5P_3$

(3) $2! \times 5!$

${}_4P_2$

4

Pra 5

(1) ${}_4P_2 \times 4!$

(2) $4! \times {}_3P_2$

(3) 特定の男女がとなりあうばあいは、

$2 \times 3 = 6$

余事象より、

「特定の女子と男子がどのようにすれば
となりあうかを考える。」

Ⓐ ① Ⓑ ② Ⓒ ③ Ⓓ

(i) 特定の女子は①,②,③のどれかに入る。
(ii) 特定の男子は両サイドのいずれか。
(iii) 残りを並べる。

$3 \times 2 \times {}_2P_1 \cdot 3!$

Ex 14

A　B　C

組を A, B, C と区別をつける.

0人の組が許容されるときの分け方は,

$$3^6$$

ここで 0人がある場合の数は,

$$3\times 2^6 + 3\times 1^6$$

これより, 区別があるときのわけ方は,

$$3^6 - 3\times 2^6 - 3$$

区別を無くすと,

$$\frac{3^6 - 3\times 2^6 - 3}{3!} = 89$$

区別がないままで考える.

人数の組み合わせは以下,

$(1,1,4), (1,2,3), (2,2,2)$

Case (i) $(1,2,3)$

人数によってグループに区別がつくので,

$${}_6C_1 \times {}_5C_2 \times {}_3C_3 = 6\times 10 = 60$$

Case (ii) $(1,1,4), (2,2,2)$

人数によって, 区別がつかないので,

$$\frac{{}_6C_1 \times {}_5C_1 \times {}_4C_4}{2!} = 15$$

$$\frac{{}_6C_2\ {}_4C_2 \times {}_2C_2}{3!} = \frac{\cancel{6}\cdot 5 \times \overset{2}{\cancel{4}}\cdot 3}{2\times \cancel{2}\times \cancel{3}\times \cancel{2}} = 15$$

∴ 90

グループに区別がないとき,
人数で区別できる.

∴ 組みあわせを書き下すのも効果的

9/17

Ex 15

(1) 3^n

5

(2) Aを空にするとき，B, Cからえらべばよいので，

2^n

B, Cが空のときも同様で，

3×2^n

(3) 2つの箱が空になる場合の数は，

3通り，

したがって，

ここに2つ空のときも含まれている

$3^n - 3 \times 2^n \ -3$
$+$

∴重合分をたす．

Ex16

7

(1) ${}_6P_5$

(2) ${}_6C_3 \times {}_6C_2 \times 6!$

(3) 合計が7の数のくみあわせは，

$(1, 1, 1, 2, 2)$

しかない．

${}_3C_3 \times {}_3C_2 \times 5!$

confirm．

(4) (3枚の数，2枚の数)

$= (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6)$

$(2, 1), (2, 2) \cdots$

→ 数え上げじゃない方法

6コの数から，(3枚，2枚)の2つの数をとりだすので，

${}_6P_2 = 30$

$30 \times ({}_3C_2 \times 5!)$

Pra 8

たてよこから各々2直線をとり、

それらに囲まれる四角を数えればよい。

$$ {}_8C_2 \times {}_5C_2 = \frac{\cancel{8}^4 \cdot 7}{\cancel{2 \cdot 1}} \times \frac{5 \cdot \cancel{4}^2}{\cancel{2 \cdot 1}} $$

$$ = 280 $$

Pra 9

(1) 11点が全て同一直線上に並んでいないときの

直線の数は、

$$ {}_{11}C_2 = \frac{11 \cdot 10}{2} = 55本 $$

12

Case(i) 3点が同一直線上。

$$ {}_3C_2 - {}_3C_3 = 2 $$

∴2本減少

Case(ii) 4点

$$ {}_4C_2 - {}_4C_4 = \frac{4 \cdot 3}{2} - 1 = 5 $$

∴ 5本減少

以上より、

3点が1, 4点が1

(2) 重複がないとき、

$$ {}_{11}C_3 = \frac{11 \cdot \cancel{10}^5 \cdot \cancel{9}^3}{\cancel{3 \cdot 2}} = 165 $$

$$ {}_3C_3 = 1 $$

$$ {}_4C_3 = 4 $$

$$ \therefore 165 - 5 = 160] $$

Pro 11

正の符号のみを考えるとき、　　　　　　4

2が3つ入っていればよいので、

$_nC_3$ 通り、

負についても考えると、

$1 \sim n-1$ ではどちらでもよく、

x_nで全体が正になるようえらべばよい。

$$_nC_3 \times 2^{n-1} \times 1$$

Pro 15

(2) $x+y+z=5$

$x \geq y \geq z \geq 0$

をみたせばよい。

$(x, y, z) = (5,0,0), (4,1,0),$

$(3,2,0), (3,1,1)$

$(2,2,1)$

以上の5通り。

(4) Case(i) $(4,1,0)$, $(3,2,0)$

これらは赤玉の数で箱が区別できるので、

$$2 \times \frac{4!}{2!2!} = 12$$

Case(ii) $(5,0,0)$, $(3,1,1)$, $(2,2,1)$

Case(I) $(5,0,0)$

$(2,0,0)$, $(0,2,0)$, $(1,1,0)$, $(0,1,1)$

同様にして、

$3 \times 4 = 12$

$\therefore$ 24

Pra 16

$x+y+z=15$

(1) $x+y+z=15$

$x>0$, $y>0$, $z>0$

(i) x, y, z が 0 じゃなければよい.

$${}_{14}C_2 = \frac{14 \cdot 13}{2}$$

(ii) $x+y+z=15$

$x \geq 1$, $y \geq 1$, $z \geq 1$

$X=x-1$, $Y=y-1$, $Z=z-1$

$$\begin{cases} X+Y+Z=12 \\ X \geq 0, Y \geq 0, Z \geq 0 \end{cases}$$

$$\frac{14!}{12!\,2!} = \frac{14 \cdot 13}{2} =$$

(2)

(1, 1, 13), (2, 2, 11)

… (7, 7, 1)

7 つ

confirm

(3) $x+y+z=15$ の解は, 以下の場合がある.

(i) $x<y$

(ii) $x=y$

(iii) $x>y$

(i) と (iii) は対称性より同数.

$\bigcirc = (x=y) + 2a$.

Ex 28

$a+b+c \leq 20$

3

$d \geq 0$ を導入すると,

$a+b+c+d=20$

$a>0,\ b>0,\ c>0,\ d\geq 0$ ‥‥ ○○○|

より, dは0でもよいので,

${}_{20}C_3$

Pra 17

$\frac{x}{2}+y+z \leq n$

$\Rightarrow \frac{x}{2}+y+z+d=n$

Case (i) x が偶数

$x=2k$ とおくと, $(k\geq 0)$

$k+y+z+d=n$

$\therefore \frac{n!}{(n-3)!3!}=\frac{n(n-1)(n-2)}{6}$

Case (ii) x が奇数.

$x=2k+1$ とおくと,

$k+y+z+d=n-\frac{1}{2}$

$\Rightarrow k+y+z+d=n-1$

$\therefore \frac{(n-1)!}{(n-4)!3!}=\frac{(n-1)(n-2)(n-3)}{6}$