9/19

Ex 55

$$P[X=k] = \frac{{}_3C_k \cdot {}_6C_{5-k}}{{}_9C_5} = \frac{{}_3C_k \cdot {}_6C_{5-k}}{126}$$

$$P[Y=k] = {}_5C_k \left(\frac{1}{3}\right)^k \left(\frac{2}{3}\right)^{5-k}$$

$$\frac{9\cdot 8\cdot 7\cdot 6}{4\cdot 3\cdot 2} \qquad \frac{14 \cdot 9}{126}$$

より、

$$E[X] = \sum_{k=0}^{3} k P[X=k]$$

$$= \frac{1}{126} \sum_{k=0}^{3} k \cdot {}_3C_k \cdot {}_6C_{5-k}$$

$$= \frac{1}{126} \{ 1\cdot 3\cdot 15 + 2\cdot 3\cdot 20 + 3\cdot 1\cdot 15 \} \qquad \frac{120}{126} = \frac{60}{63} = \frac{20}{21}$$

$$= \frac{45+120+45}{126} = \frac{210}{126}$$

$$E[Y] = \sum_{k=0}^{5} k P[X=k] = 5\cdot\frac{1}{3} = \frac{5}{3}$$

Pra 41

(1) $P[X=k] = \frac{k}{{}_6C_3} - \frac{k-1}{{}_6C_3}$

$= \frac{k(k-1)}{20}$

			k		
1	2	3	4	5	6

3つのくみあわせの場合，
確率が独立でない？
→ いつもの最大は使えない．

$$P[X=k] = \frac{(k-1)(k-2)}{{}_6C_3}$$

$$= \frac{(k-1)(k-2)}{20}$$

Pra 42

(1) 2つの一方が最大3であればよい．

$P[X \leq 3] = \frac{3}{n}$

$P[Y \leq 3] = \frac{3}{n}$

より，

$P[Z=3] = \left(\frac{3}{n}\right)^2 - \left(\frac{2}{n}\right)^2$

(2) 一方が k でもう一方が $1 \sim k$ であればよい．

$P[Z=k] = \frac{1}{n} \times \frac{k}{n} = \frac{k}{n^2}$

② 普通に最大値と考えればよい．

$P[Z=k] = \left(\frac{k}{n}\right)^2 - \left(\frac{k-1}{n}\right)^2$

Pro43

(1) $P[X=k] = \frac{1}{2n}$

$$P[Y=k] = \begin{cases} \frac{1}{n} & (k \leq n) \\ 0 & (k > n) \end{cases}$$

より、

Case(i) $k \leq n$

kが1つでて、もう一方はk以下であればよい。

$$P[Z=k] = \frac{k}{2n} \times \frac{k}{n} - \frac{k-1}{2n} \times \frac{k-1}{n}$$

$$= \frac{2k-1}{2n^2}$$

Case(ii) $k > n$

Xが必ずkでなければならない。

$$P[Z=k] = \frac{1}{2n}$$

(2) $$E[Z=k] = \sum_{k=0}^{n} k \frac{2k-1}{2n^2} + \sum_{k=n+1}^{2n} k \frac{1}{2n}$$

Pra44

(1) $X = 3, 4, 5$ と分ける。

Case(i) $X = 3$

$P[X=3] = p^3 + q^3$

Case(ii) $X = 4$

$P[X=4] = {}_3C_2 p^2 q \times p + {}_3C_1 pq^2 \times q$

$= 3(p^2+q^2)pq$

Case(iii)

$P[X=5] = {}_4C_2 p^2 q^2 \times p + {}_4C_2 p^2 q^2 \times q$

$= 6(p+q)p^2q^2$

Fl,

$E[X] = 3\cdot(p^3+q^3) + 4\cdot 3(p^2+q^2)pq + 5\cdot 6(p+q)p^2q^2$

$= 3(p+q)(p^2-pq+q^2) + 12pq\{(p+q)^2-2pq\} + 30(p+q)p^2q^2$

$= 3\{(p+q)^2-3pq\} + 12pq\{1-2pq\} + 30p^2q^2$

$= 3 - 9pq + 12pq - 24p^2q^2 + 30p^2q^2$

$= 6p^2q^2 + 3pq + 3$